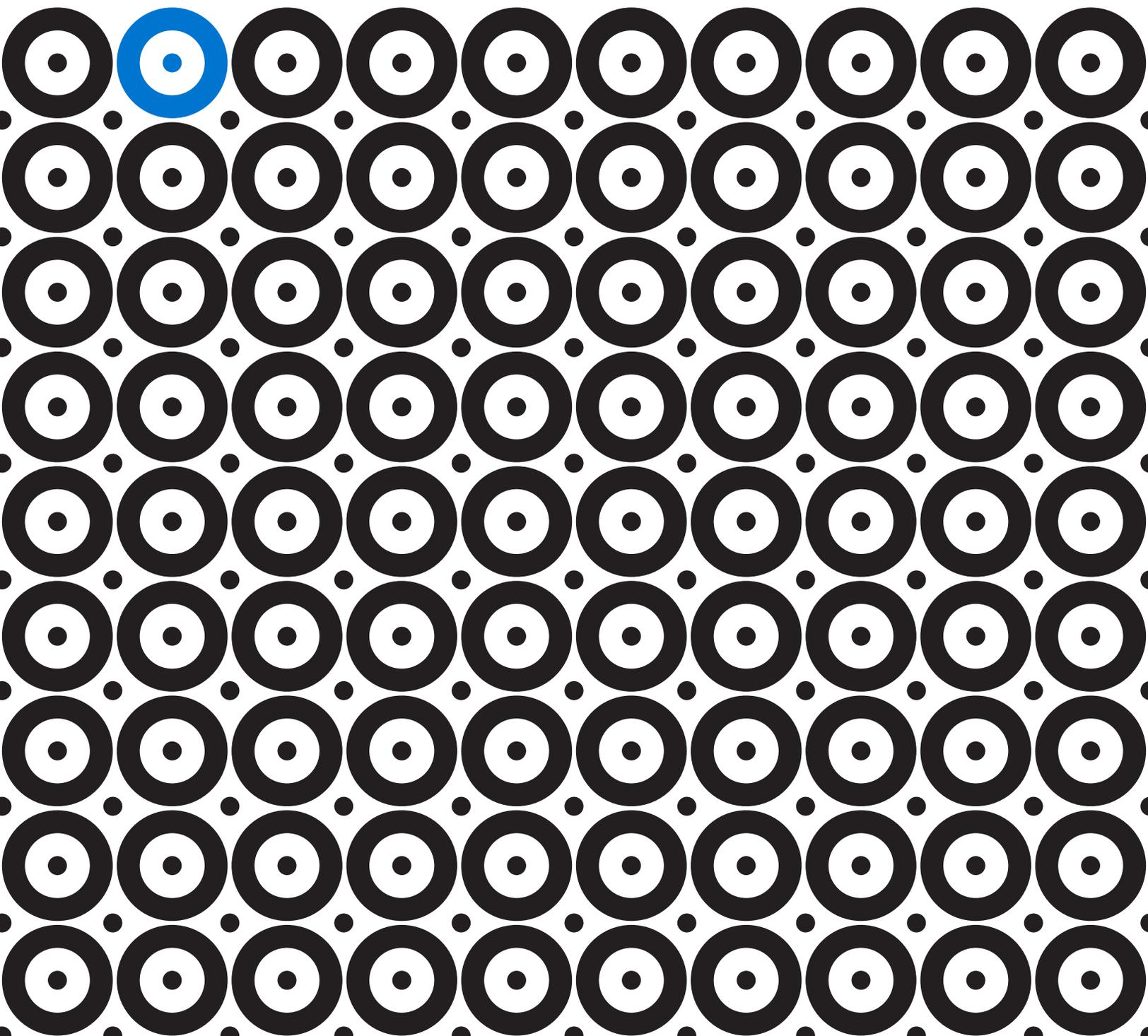


TURING

EDICIÓN N°2
PRIMER CUATRIMESTRE
2023

COMPUTACIÓN, FÍSICA, MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Gaceta del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos



TURING

EDICIÓN N°2
PRIMER CUATRIMESTRE
2023

COMPUTACIÓN, FÍSICA, MATEMÁTICA Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Gaceta del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos

EQUIPO EDITORIAL

EDITORES

Dr. Jaime I. García-García

jaime.garcia@ulagos.cl

Mg. Felipe Muñoz

felipe.munoz@ulagos.cl

DISEÑO

Unidad de Imagen

Corporativa ULagos

CONSEJO EDITORIAL

Dra. Cecilia Planas Vergara

ceplanas@ulagos.cl

Prof. Rigoberto Medina Leyton

rmedina@ulagos.cl

Dra. Ismenia Guzmán Retamal

ismenia.guzman@ulagos.cl

Dr. Luis R. Pino-Fan

luis.pino@ulagos.cl

DEPARTAMENTO DE
CIENCIAS EXACTAS  **ULAGOS**

El propósito de TURING, Gaceta del Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, es comunicar y resaltar las acciones emprendidas por colegas o estudiantes en torno a las tres líneas disciplinares adscritas al departamento: Matemática-Física, Educación Matemática, Informática-Computación.

La Gaceta TURING contiene cinco apartados:

Nota de Reflexión. Cuyo propósito es difundir reflexiones de interés para la comunidad educativa.

Noticias. Cuyo objetivo es exponer a la comunidad universitaria acciones concretas desarrolladas por académicas/os del Departamento.

Artículos publicados. Cuyo propósito es dar a conocer el quehacer científico de investigación departamental, a nivel individual y de grupos de investigación.

Tesis defendidas. Cuyo objetivo es difundir a la comunidad educativa trabajos de titulación de estudiantes de postgrado y pregrado que han sido dirigidos por académicos/as del Departamento.

Desafío disciplinar. El propósito es plantear desafíos disciplinares, a modo de reto, que propicien la participación activa de la comunidad estudiantil.

La Gaceta TURING está abierta a todo el público académico interesado en las ciencias; para contribuir y publicar en un apartado, te recomendamos escribirnos al correo: vcmedio.exactas@ulagos.cl. Tu contribución será sometida a un proceso de valoración y pertinencia por parte del equipo editorial.

CONTENIDO

NOTA DE REFLEXIÓN

Formación Inicial Docente, Carrera Docente en un contexto post pandémico: Algunos efectos y oportunidades	5
--	---

NOTICIAS

Feria Científica. Robótica y Tecnología: Pedagogía en Educación Media en Matemática y Computación	6
Homenaje Dra. Ismenia Guzmán: Biblioteca de Postgrado de Educación Matemática inmortalizará su legado	7
Académica adjudica proyecto de investigación internacional	8
Exitosas XXVI Jornadas Nacionales en Educación Matemática organizada por los Postgrados de Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos	9
Académica participa en la 11th International Conference on Teaching Statistics	10
Pasantía internacional en universidad alemana de la estudiante de doctorado en Educación Matemática Graciela Acevedo	11

ARTÍCULOS PUBLICADOS

<i>A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice</i>	12
Análisis de un nuevo método de elementos finitos mixtos para el problema de la magneto-hidrodinámica estacionaria incompresible	12
<i>Displacement-pseudostress formulation for the linear elasticity spectral problem.</i>	13
<i>A posteriori analysis for a mixed FEM discretization of the linear elasticity spectral problem</i>	13
<i>Error estimates for a vorticity-based velocity–stress formulation of the Stokes eigenvalue problem</i>	13
<i>Conceptual Metaphors and Tacit Models in the Study of Mathematical Infinity</i>	14

CONTENIDO

ARTÍCULOS PUBLICADOS

El rol de la tecnología en la formación de profesores de matemáticas y ciencias, una problemática renovada	14
<i>Proposal to Systematize the Reflection and Assessment of the Teacher's Practice on the Teaching of Functions.</i>	15
Didáctica de la probabilidad: panorama investigativo desde los trabajos publicados en el ALME (2015-2021).	15
<i>On metaphors in thinking about preparing mathematics for teaching.</i>	16
Cálculo de probabilidades en tablas de contingencia por estudiantes chilenos de primer año medio.	16
Análisis ontosemiótico de tareas que involucran gráficos estadísticos en libros de texto mexicanos de Educación Primaria.	17
Niveles de razonamiento algebraico en libros de texto de educación básica de Chile.	17
Metáforas conceptuales que organizan las habilidades espaciales de un artesano del sur de Chile.	18
Tendencias actuales en educación estadística. Aportaciones desde el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (2015-2021).	18

TESIS DEFENDIDAS

Tesis Doctoral: Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable.	19
Tesis de Magíster: Significados de la distribución binomial promovidos en el currículo de matemática de cuarto año de educación media en Chile.	19

DESAFÍO DISCIPLINAR

Desafío geométrico: la altura de un triángulo equilátero	20
Solución al desafío anterior: El perro, el trineo y la 3ra ley de Newton	20

Formación Inicial Docente, Carrera Docente en un contexto post pandémico: Algunos efectos y oportunidades

Prof. Carlos Martínez

Académico del Departamento de Ciencias Exactas

Dado el contexto pandémico a escala global, todas las actividades humanas han sido trastocadas y forzadas a reconstituirse en un escenario en que el distanciamiento social fue el nuevo estándar para las interacciones humanas. Está bien documentada la crónica periodística, investigación científica que clarifica, que uno de los ámbitos más afectados por este escenario disruptivo es el sector educacional, pasando por el trabajo docente en todos sus niveles, pero también presionando con especial intensidad a los programas de formación inicial docente, tanto en lo curricular, metodologías educativas, y por cierto en el ámbito de las actividades prácticas.

El desafío fue asimilado muchas veces desde la incertidumbre, ensayo y error entre la tensión por cumplir un programa curricular diseñado para un contexto en normalidad, y la adecuación de las prioridades formativas. En el caso chileno, desde el Ministerio de Educación, se definieron estrategias paliativas como definir un curriculum prioritario, elaboración de material y recursos educativos disponibles desde sus plataformas digitales. A nivel de educación superior, se definieron también orientaciones, lineamientos desde la Superintendencia de Educación Superior, que permitieron desde la decretación del estado de emergencia, flexibilizar las garantías existentes en un contexto de presencialidad. A nivel de las instituciones de Educación Superior, se diseñaron lineamientos pedagógicos que ayudarán al cuerpo académico y estudiantado a transitar a un contexto de virtualidad, donde cada uno de los procesos de enseñanza-aprendizaje fuese dispuesto o emulado virtualmente.

Hemos enumerado la transversalidad de los efectos derivados por la pandemia en el ámbito de educación, poniendo en la primera línea para enfrentar este escenario adverso al profesorado, y profesorado en formación. La pandemia deja algunas cosas a tener presente, uno de los efectos más evidentes es el desgaste psicológico experi-

mentado por el profesorado, especialmente para quienes asumieron simultáneamente el cuidado de otras personas. Entre otros efectos visibles, esta la baja considerable de postulaciones, matriculas en las carreras del área de educación ante el alza en carreras del ámbito tecnológico.

Hoy, emerge nuevamente un contexto de transición, un nuevo escenario diferente a lo que se entendía por normalidad. En parte este nuevo escenario y que es una oportunidad, es la incorporación de prácticas docentes activas, colaborativas favorecidas por la utilización de herramientas de comunicación y educativas de otro orden. Esto último en si algo positivo, sin embargo, la adscripción de estas herramientas, metodologías redundaron muchas veces en las brechas sociales y territoriales ya existentes. No es difícil poner de relieve, estos recursos educativos deben ser incorporados explícitamente en la política pública de manera que sea a través de estos, se disminuyan estas brechas, esta acción debe ser parte de una decisión estratégica para visión integral del sistema educativo, relevando el rol del profesorado y programas de formación integral a lo largo del país en materia de equidad social.◦

Feria Científica: Robótica y Tecnología Pedagogía en Educación Media en Matemática y Computación

Durante el pasado 16 de noviembre se realizó de manera exitosa la segunda versión de esta feria, en la que se convocó a estudiantes, niñas, niños y adolescentes de la provincia de Osorno y sus alrededores. En esta oportunidad, este evento se realizó en el Centro Cultural de Osorno, contando con la participación de distintas organizaciones que concurrieron con aportes para su desarrollo exitoso.

Para el director de carrera de Pedagogía media en Matemática y Computación de la ULagos, Carlos Martínez *"esta es una actividad programada con mucho interés por cuanto se trata de un espacio para compartir experiencias, reflexiones de manera conjunta entre profesores en formación que son estudiantes de la carrera, profesorado y estudiantes desde colegios, liceos de la provincia interesados en aprender sobre tecnología y pensamiento computacional, así como contacto directo con expertos del campo científico-tecnológico desde distintos lugares de la región y país. Por estas razones, es que concita interés de colegios por participar, ya que en cada una de sus unidades educativas hay interés en realizar talleres y lograr aprendizajes en este sentido, es atractivo para los niños y niñas"*, sostiene el académico.◦

Nota de Prensa (Universidad de Los Lagos):

<https://www.ulagos.cl/2022/10/estudiantes-seran-protagonistas-en-feria-cientifica-tecnologia-y-robotica-en-osorno/>

Nota de Prensa (ULagos TV):

<https://www.youtube.com/watch?v=4k5IY1tHIUQ>



UNIVERSIDAD DE LOS LAGOS
FELAGOS EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN

Segunda FERIA Científica: Tecnología y Robótica

16 noviembre
10:00 a 17:00

Centro Cultural Osorno
Manuel Antonio Matta 556
Osorno

5 años de la Facultad de Educación en Matemática y Computación

www.ulagos.cl

Homenaje Dra. Ismenia Guzmán: Biblioteca de Postgrado de Educación Matemática inmortalizará su legado

En el marco de la inauguración de las XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática, se realizó un reconocimiento a la profesora e investigadora Ismenia Guzmán quien, entre otros logros, contribuyó a generar los cimientos de la Didáctica de la Matemática como disciplina Científica en Chile.

El homenaje, fue parte central de la inauguración XXVI Jornadas Nacionales de Educación Matemática, se recordó el trabajo, trayectoria y legado que construyó la profesora Ismenia Guzmán, abriendo espacios como el primer postgrado de Didáctica de la matemática en Chile, como fundadora de la Sociedad Chilena de Educación Matemática de la cual fue presidenta por dos períodos 4 años en total. Y también fundadora de la revista RECHIEM de la sociedad chilena de educación matemática. En la actualidad, la profesora Ismenia Guzmán, es parte de los Claustros de Magíster y de Doctorado en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos.

En la ceremonia se estableció el "Considerando" del Decreto 3719: *"La Universidad de Los Lagos y el Departamento de Ciencias Exactas expiden el siguiente decreto "Con motivo de rendir un homenaje a la Dra. Ismenia Guzmán Retamal, académica del Departamento de Ciencias Exactas y de los Postgrados en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos, por su mérito e impecable trayectoria académica, por contribuir al establecimiento de la Educación Matemática como disciplina científica en Chile, en la fundación de la Sociedad Chilena de Educación Matemática y crear espacios dentro de la Educación Matemática para las nuevas generaciones" y agrega que "Establézcase como nombre oficial de la colección de recursos bibliográficos de los Programas de Postgrado (Magíster y Doctorado) en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos, ubicada actualmente en las dependencias Lord Cochrane 1039, la denominación: "Colección Bibliográfica de Educación Matemática Dra. Ismenia Guzmán Retamal".*

Lee la nota completa en <http://edumat.ulagos.cl/homenaje-dra-ismenia-guzman-biblioteca-de-postgrado-de-educacion-matematica-inmortalizara-su-legado/>



Foto elaborada por Luis R. Pino-Fan

Académica adjudica proyecto de investigación internacional

La Dra. Jesús Guadalupe Lugo-Armenta, académica de los Postgrados en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos, participa como investigadora responsable en colaboración con la Dra. Luisa Morales Maure, académica de la Universidad de Panamá, en el Proyecto de Cooperación Triangular I+D *“Competencias y Conocimientos del Docente de Primaria y Secundaria para la Enseñanza de las Matemáticas en Modalidad Híbrida”*. Proyecto que es financiado por la Secretaría Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación SENACYT y tiene una duración de dos años. El objetivo principal del proyecto es incidir en la formación y actualización profesional diferenciada para docentes de educación básica y media en Matemática, adecuado a las necesidades de actualidad.

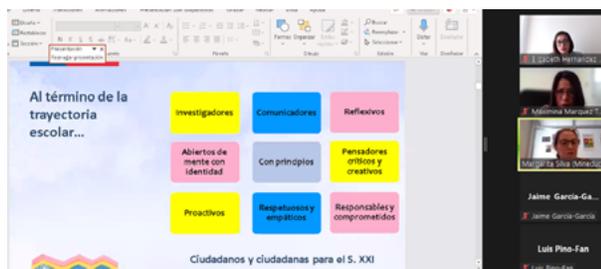
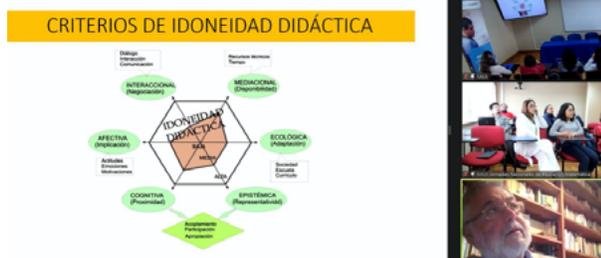
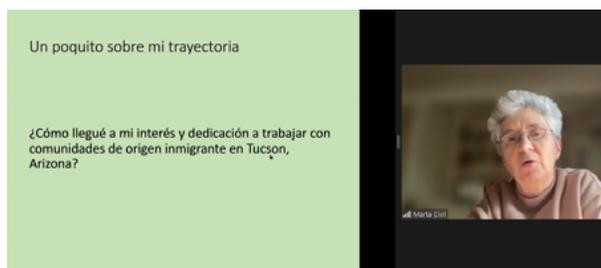
Resaltamos la importancia del proyecto de investigación de cooperación internacional para el de Grupo de Investigación en Didáctica de la Matemática (GIDMAT-ULAGOS) y para el Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Los Lagos, debido a que mediante este proyecto de investigación se fortalecen los lazos de cooperación internacional con diversas universidades de Iberoamérica, tales como, Universidad de Panamá (Panamá), Universitat de Barcelona (España), Universidad de Girona (España), Pontificia Universidad Católica del Perú (Perú), Universidad Nacional de Villa María (Argentina), Universidad de Cuenca (Ecuador); y se forman redes de investigadores internacionales que buscan desarrollar investigaciones que generen un impacto en la educación e impulsen un desarrollo más sostenible y equitativo. ◦

Exitosas XXVI Jornadas Nacionales en Educación Matemática organizada por los Postgrados de Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos

Las actividades que se desarrollaron durante una semana, del 28 de noviembre al 3 de diciembre, buscaron vincular a protagonistas que forman parte de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática en el país, es decir, los grupos de investigación, la comunidad de profesores de matemáticas, las entidades de políticas públicas, entre otros. Además, se propusieron acciones que permitan atender las demandas y diversidad de necesidades que se tienen en la sociedad cambiante de Chile. En tal sentido, el espíritu de estas jornadas fue promover la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en igualdad de oportunidades para todo Chile. Contamos con la participación de más de 200 personas de todo Chile y de otros países como Argentina, México, Perú, España, entre otros.

Las actividades que se desarrollaron durante una semana, del 28 de noviembre al 3 de diciembre, buscaron vincular a protagonistas que forman parte de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática en el país, es decir, los grupos de investigación, la comunidad de profesores de matemáticas, las entidades de políticas públicas, entre otros. Además, se propusieron acciones que permitan atender las demandas y diversidad de necesidades que se tienen en la sociedad cambiante de Chile. En tal sentido, el espíritu de estas jornadas fue promover la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en igualdad de oportunidades para todo Chile. Contamos con la participación de más de 200 personas de todo Chile y de otros países como Argentina, México, Perú, España, entre otros.

La ceremonia de inauguración contó con la participación de la seremi de Educación de la Región de Los Lagos, Daniela Carvacho, la vicerrectora Académica de la ULagos, Marcia Adams; el director del Departamento de Ciencias Exactas y Jefe de Programa de Doctorado en Educación Matemática Luis Pino-Fan; la Dra. Ismenia Guzmán Retamal; el jefe provincial de Educación de Osorno, Giovani Aravena Oyarzún; la jefa de Programa de Magíster en Educación Matemática de la ULagos,





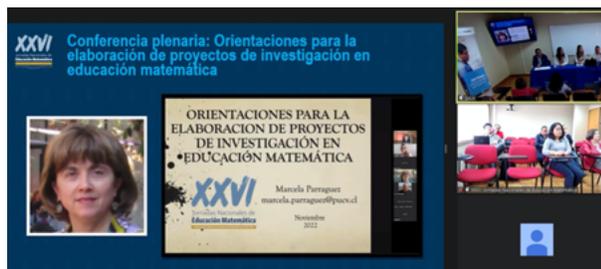
Elizabeth Hernández; y los saludos virtuales de la seremi de Ciencia, Tecnología, Conocimiento e Innovación de la macrozona sur, Dra. Maite Castro; y el presidente de la Sociedad Chilena de Educación Matemática, Alonzo Quiroz Meza (Sochiem).

En el marco de estas Jornadas se desarrollaron diversas actividades, por ejemplo, conferencias plenarias a cargo de invitados nacionales e internacionales, como el Dr. Miguel Friz (Universidad de Bío-Bío), el Dr. Vincenç Font Moll (Universitat de Barcelona) y la Dra. Marta Civil (Universidad de Arizona).

Por otro lado, en la Jornada Satélite (dirigida a investigadores noveles), se desarrollaron talleres y foros, así como también, conferencias especiales, a cargo de académicos de las universidades socias de la SOCHIEM. Se presentaron trabajos como Comunicaciones Breves, Reportes de Investigación y Experiencias de Aula, más de 100 contribuciones fueron presentadas en el marco de estas Jornadas.

Académica participa en la 11th International Conference on Teaching Statistics

Del 11 al 16 de septiembre se llevó a cabo la 11th International Conference on Teaching Statistics Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (ICOTS 11) en la ciudad de Rosario, Argentina. Este evento reúne a investigadores de Educación Estadística de diferentes latitudes y es en este contexto donde la Dra. Jesús Guadalupe Lugo-Armenta, académica de los Postgrados en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos, impartió la charla titulada "An approach to inferential reasoning levels". En esta charla se dialogó con



investigadores y profesores de matemáticas, de diversos niveles educativos, sobre los una propuesta general de Niveles progresivos de Razonamiento Inferencial que busca brindar directrices para la caracterización del razonamiento inferencial pero también para la planificación y diseño de clases de los profesores de matemáticas.

Doctorado en Educación Matemática

Pasantía internacional en universidad alemana de la estudiante de doctorado en Educación Matemática Graciela Acevedo

Del 24 de octubre al 24 de noviembre del 2022 la estudiante del programa de Doctorado en Educación Matemáticas Graciela Rubi Acevedo Cardelas, tuvo la oportunidad de realizar una pasantía internacional en la Universität zu Köln, en Colonia, Alemania, bajo el auspicio del Dr. Benjamin Rott.

La estudiante se encuentra próxima a presentar su candidatura a doctora en la Universidad de Los Lagos, por lo que contar con retroalimentación sobre su proyecto es un paso que brinda fortaleza a las ideas que ahí se desarrollan. Los comentarios que puedan brindar otros equipos son fundamentales para el avance de los proyectos, por lo que el programa de doctorado busca que sus estudiantes cuenten con este tipo de oportunidades. Por esta razón, el programa brinda apoyos a sus estudiantes para realizar estas pasantías internacionales, los cuales Graciela Acevedo pudo acreditar.

El trabajo de tesis que ha desarrollado Graciela se centra en el estudio de creencias de profesores de matemáticas, por lo que fue importante buscar un grupo de investigación con amplia tradición en esta línea. Dado que el profesor Rott y su equipo cuentan con varias publicaciones en este ámbito, cuyos resultados han sido publicados en revistas de alto impacto, el poder tener su auspicio resultaba pertinente.

Durante esta pasantía tuvo oportunidad de atender clases dictadas a futuros profesores de matemáticas de álgebra, geometría y cálculo. Esta experiencia resulta enriquecedora para poder contrastar lo que se realiza en aquel país con lo que se implementa en Chile, buscando la mejora de estas prácticas.

Además, la estudiante pudo presenciar seminarios en los que se discutieron los avances más recientes de las investigaciones que están realizando los diversos equipos. En ellos, se trataron temas relacionados con el uso de juegos en las clases de matemáticas y la visión de futuros profesores sobre su experiencia al realizar sus trabajos



de tesis. Los investigadores alemanes se mostraron muy interesados en conocer cómo se llevan a cabo las clases de matemáticas en aulas latinoamericanas, así como los retos y éxitos que ha tenido Chile en su enseñanza y aprendizaje.

Como parte de esos seminarios, Graciela presentó los avances de su proyecto de tesis, en particular los aspectos teóricos y metodológicos que ha desarrollado para el estudio de creencias de profesores de matemáticas. Los participantes a dicha charla pudieron poner en práctica estas ideas dentro de un taller en el que infirieron creencias de futuros profesores de matemáticas chilenos. Con esto, se logró constatar la pertinencia de las ideas que han sido desarrolladas hasta ahora por la estudiante y su profesor guía, el Dr. Luis Pino-Fan.

Derivado de las observaciones de clase y los avances en el modelo para el estudio de creencias de profesores, Graciela Acevedo junto con el Dr. Pino-Fan y el Dr. Rott están elaborando un artículo de investigación en el que se presenten los resultados de un estudio en el que se identifican creencias de futuros profesores alemanes.

A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice

Luis R. Pino-Fan

Departamento de Ciencias Exactas

Walter F. Castro

Universidad de Antioquia

Vicenç Font

Universitat de Barcelona

La formación inicial y continua de los profesores de matemáticas sigue siendo uno de los desafíos más apremiantes a los que se enfrenta la comunidad investigación en la educación matemática. En este sentido, se han propuesto y desarrollado varias agendas de investigación. Entre las cuáles se destacan: (1) la caracterización y el desarrollo de conocimientos didácticos y matemáticos que permiten al profesor favorecer la gestión de sus clases, y (2) las habilidades necesarias para la práctica profesional. Así, el estudio tanto del conocimiento como de las competencias, que un profesor de matemáticas debería tener para desarrollar de forma idónea su práctica profesional, es un

tópico que ha sido ampliamente investigado derivando en conceptualizaciones y modelos sobre los componentes del conocimiento que los profesores utilizan para enseñar matemáticas. En este artículo, el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) se presenta como una alternativa teórico-metodológica que permite tanto el análisis como el desarrollo de conocimientos y habilidades esenciales para la práctica profesional del profesor. Además, profundiza en una propuesta de categorías y subcategorías de competencias profesionales necesarias para la enseñanza.

Referencia:

Pino-Fan, L., Castro, W., & Font, V. (2022). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s10763-022-10301-6>

Análisis de un nuevo método de elementos finitos mixtos para el problema de la magneto-hidrodinámica estacionaria incompresible

Carlos García Vera

Departamento de Ciencias Exactas

En este trabajo proponemos y analizamos un nuevo método mixto de elementos finitos para el modelo magneto-hidrodinámico (MHD) estacionario. El método se basa en la utilización de una nueva formulación dual-mixta recientemente introducida para el problema de Navier-Stokes, el cual gobierna la dinámica de un fluido, dicho problema se acopla con una formulación primaria clásica para las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo. Esto último implica que la velocidad y un tensor de pseudoefuerzo que relaciona el gradiente de velocidad con el término convectivo para las ecuaciones hidrodinámicas, junto con el campo magnético y un multiplicador de Lagrange relacionado con la propiedad libre de divergencia del campo magnético,

se convierten en las principales incógnitas del sistema. El análisis de los problemas continuos y discretos se lleva a cabo mediante herramientas clásicas del análisis funcional, tales como el lema de Lax-Milgram, los teoremas de Banach-Nečas-Babuška y del punto fijo de Banach, bajo hipótesis apropiadas. También desarrollamos un análisis de error y mostramos que el método propuesto es convergente de manera óptima. Por último, se incluyen resultados numéricos que ilustran el buen rendimiento del método.

Referencia:

García, C., Camaño, J., & Oyarzúa, R. (2022). Analysis of a new mixed FEM for stationary incompressible magneto-hydrodynamics. *Computers & Mathematics with Applications*, 127, 65-79. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2022.09.017>

Displacement-pseudostress formulation for the linear elasticity spectral problem

Gonzalo Rivera

Departamento de Ciencias Exactas

En este trabajo analizamos una formulación mixta de desplazamiento y pseudoefuerzo para el problema de valores propios de la elasticidad en 2 y 3 dimensiones. Proponemos un método de elementos finitos para aproximar el tensor de pseudoefuerzo con elementos Raviart-Thomas y el desplazamiento con polinomios a trozos. Con la ayuda de la teoría clásica para operadores compactos, demostramos que nuestro método es convergente y no introduce modos espurios. Se derivan estimaciones de error para el método propuesto. Por último, se presentan algunas pruebas numéricas que corroboran los resultados teóricos.

Referencia:

Inzunza, D., Lepe, F., & Rivera, G. (2022). Displacement-pseudostress formulation for the linear elasticity spectral problem. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*. <https://doi.org/10.1002/num.22955>

Error estimates for a vorticity-based velocity–stress formulation of the Stokes eigenvalue problem

Gonzalo Rivera

Académicos del Departamento de Ciencias Exactas

El objetivo de este trabajo es analizar una formulación mixta para el problema bidimensional de valores propios de Stokes en la que las incógnitas son la tensión y la velocidad, mientras que la presión puede recuperarse con un simple postproceso de esfuerzo. El tensor de esfuerzo se escribe en términos de la vorticidad del fluido, lo que conduce a una formulación mixta alternativa que incorpora esta característica física. Proponemos un método numérico mixto donde la tensión se aproxima con elementos finitos Nédelec adecuados, mientras que la velocidad se aproxima con polinomios a trozos de grado $k \geq 0$. Con la ayuda de la teoría de operadores compactos derivamos la convergencia del método y la corrección espectral. Además, proponemos un estimador de error a posteriori fiable y eficiente

A Posteriori Analysis for a Mixed FEM Discretization of the Linear Elasticity Spectral Problem

Gonzalo Rivera

Departamento de Ciencias Exactas

En este trabajo se analizan las estimaciones de error a posteriori para una formulación mixta del problema de valores propios de la elasticidad lineal. Se proponen estimadores a posteriori para los problemas espectrales de elasticidad casi y perfectamente compresibles. Con un argumento post-proceso, somos capaces de demostrar la fiabilidad y eficiencia de los estimadores propuestos. El método numérico se basa en elementos de Raviart-Thomas para aproximar el pseudoefuerzo y polinomios a trozos para el desplazamiento. Ilustramos nuestros resultados con pruebas numéricas en dos y tres dimensiones.

Referencia:

Lepe, F., Rivera, G., & Vellojin, J. (2022). A posteriori analysis for a mixed fem discretization of the linear elasticity spectral problem. *Journal of Scientific Computing*, 93(10). <https://doi.org/10.1007/s10915-022-01972-y>

para nuestro problema espectral con el fin de proporcionar una estrategia adaptativa para alcanzar el orden óptimo de convergencia para autofunciones que no son lo suficientemente regulares. Presentamos pruebas numéricas en las que se calcula el espectro, junto con un análisis computacional del estimador propuesto. Además, utilizamos el estimador de error correspondiente para impulsar un esquema adaptativo, e informamos de los resultados de una prueba numérica, que nos permiten evaluar el rendimiento de este enfoque.

Referencia:

Lepe, F., Rivera, G., & Vellojin, J. (2023). Error estimates for a vorticity-based velocity–stress formulation of the Stokes eigenvalue problem. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 420(1), 114798. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114798>

Conceptual Metaphors and Tacit Models in the Study of Mathematical Infinity

Tamara Díaz Chang

Estudiante del Doctorado en Educación Matemática

Elizabeth Hernández Arredondo

Departamento de Ciencias Exactas

Este trabajo muestra las conexiones entre las metáforas conceptuales y los modelos tácitos e inconscientes que benefician nuestra comprensión del infinito matemático en el aula universitaria. Desde la perspectiva de la lingüística cognitiva, se argumenta que las metáforas conceptuales desempeñan un papel clave a la hora de explicar cómo este concepto matemático se fundamenta en nuestra experiencia, proporcionando simultáneamente un mecanismo para abordar estos modelos tácitos de un modo más consciente. Además, se muestra que las metáforas conceptuales pueden construirse a partir de las estructuras cognitivas

conflictivas que desdibujan estos modelos, especificando obstáculos y dificultades que los profesores deben considerar a la hora de diseñar actividades dirigidas a lograr una adecuada comprensión del infinito matemático. Este tipo de estudios nos permite mejorar nuestra práctica docente, haciéndonos conscientes y estimulando a los alumnos a tomar conciencia, a reflexionar sobre las inconsistencias de sus propios pensamientos e intuiciones respecto a este concepto matemático.

Referencia:

Díaz-Chang, T., & Arredondo, E.-H. (2022). Conceptual Metaphors and Tacit Models in the Study of Mathematical Infinity. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET)*, 17(15), 16–27. <https://doi.org/10.3991/ijet.v17i15.33271>

El rol de la tecnología en la formación de profesores de matemáticas y ciencias, una problemática renovada

Carlos Martínez Méndez

Académico del Departamento de Ciencias Exactas

En este artículo se relata la versión 2021 del WTIC UMCE. Se revisaron experiencias de formación inicial docente de matemática y ciencias implementadas en universidades nacionales, permitiendo observar y reflexionar las problemáticas que se enfrenta en relación con la tecnología en el contexto actual. Esta problemática se renueva por factores exógenos al sistema escolar y otros que le son propios. La tecnología requiere ser pensada en base a los problemas matemáticos o científicos, instrumentales y didácticos, en cuanto trabajo

pedagógico y didáctico, que propicia el amplio ecosistema de recursos disponibles, actualmente.

Referencia:

Arancibia, G., Carvacho, M., Gaona, J., Urzúa, T., Espinoza, J., Dockendorff, M., Martínez, C., y Ramírez, P. (2021). El rol de la tecnología en la formación de profesores de matemáticas y ciencias, una problemática renovada. *Revista Chilena de Educación Científica*, 22(2), 24-42.

Proposal to Systematize the Reflection and Assessment of the Teacher's Practice on the Teaching of Functions

Yocelyn Parra Urrea

Estudiante Doctorado en Educación Matemática

Luis R. Pino-Fan

Departamento de Ciencias Exactas

Las investigaciones de la comunidad de educación matemática han indagado sobre el conocimiento que los profesores deben tener para que su práctica docente sea lo más efectiva posible y facilite el aprendizaje de sus estudiantes. Sin embargo, poco se conoce sobre el conocimiento que poseen los profesores de matemáticas y sobre las experiencias prácticas de la formación de profesores, el fortalecimiento del conocimiento didáctico-matemático de los futuros profesores y la mejora de su práctica docente. En este artículo se proponen estrategias y herramientas teórico-metodológicas para guiar la enseñanza, la reflexión y la evaluación de la práctica del profesor de matemáticas al realizar procesos de enseñanza y aprendizaje sobre la noción de función. Se ejemplifica el uso de nuestra propuesta, a través de la reflexión y caracterización del conocimiento didáctico-matemático, de un profesor en formación chileno, que subyace a su práctica de enseñar la función potencia. Para el desarrollo de esta propuesta, utilizamos las nociones teórico-metodológicas del modelo de Conocimiento Didáctico- Matemático (CDM) y los contextos de microenseñanza, entendidos como espacios ricos y esenciales para la formación de los profesores. Como conclusión, podríamos observar que la propuesta teórico-metodológica presentada sirve para sistematizar los procesos de reflexión y evaluación de la práctica docente para la enseñanza de funciones y, por lo tanto, determinar (o anticipar) acciones que mejoren los procesos de enseñanza sobre esta importante noción matemática.

Referencia:

Parra-Urrea, Y., & Pino-Fan, L. (2022). Proposal to Systematize the Reflection and Assessment of the Teacher's Practice on the Teaching of Functions. *Mathematics*, 10(18), 3330. <https://doi.org/10.3390/math10183330>

Didáctica de la probabilidad: panorama investigativo desde los trabajos publicados en el ALME (2015-2021)

Elizabeth Hernández Arredondo

Jaime I. García-García

Departamento de Ciencias Exactas

En este artículo se presenta una caracterización de la investigación en Didáctica de la Probabilidad a partir de un análisis sistemático de los trabajos publicados en el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), durante el periodo 2015-2021. Los resultados muestran que, en los últimos años, las investigaciones se han centrado en los diferentes significados y aspectos generales de la probabilidad, así como en el diseño de tareas o propuestas de enseñanza y el estudio de errores o dificultades de los estudiantes, bajo un método de investigación cualitativo, con interés en educación media. Consideramos que estos resultados proporcionan un panorama actual de la investigación realizada en esta área.

Referencia:

Carmona, J., Fernández, N., Vidal-Henry, S. R., Arredondo, E. H., & García-García, J. I. (2022). Didáctica de la probabilidad: panorama investigativo desde los trabajos publicados en el ALME (2015-2021). *Feglining*, 22(2), 25-33.

On metaphors in thinking about preparing mathematics for teaching

Thorsten Scheiner

Institute for Learning Sciences and Teacher Education,
Australian Catholic University, Brisbane, Australia

Juan D. Godino

Universidad de Granada

Miguel Montes

Universidad de Huelva

Luis R. Pino-Fan

Departamento de Ciencias Exactas

Nuria Climent

Universidad de Huelva

Los investigadores de educación matemática se han interesado cada vez más en el estudio de las metáforas, especialmente su papel en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Este artículo explora cómo las diferentes escuelas de pensamiento en la educación matemática piensan y hablan sobre la preparación de las matemáticas para la enseñanza mediante la introducción y propuesta de ciertas metáforas. Entre las metáforas que se consideraron están la metáfora de desempaquetado, que tiene su origen en la escuela angloamericana; la metáfora de elementalización, que tiene su origen en la escuela alemana;

y la metáfora de recontextualización, que se origina en la escuela francesa. El lenguaje metafórico utilizado en estas escuelas de pensamiento se basa en diferentes posicionamientos teóricos, orientaciones e imágenes de preparación de las matemáticas para la enseñanza. Aunque estas metáforas son poderosas y permiten diferentes formas de pensar y hablar sobre la preparación de las matemáticas para la enseñanza, sugieren que preparar las matemáticas para la enseñanza es en gran medida un proceso unilateral en el sentido de una adaptación del conocimiento en cuestión. Para promover una comprensión más holística, se ofrece una metáfora alternativa: preparar las matemáticas para la enseñanza como ingeniería ecológica. Mediante el uso de la metáfora de la ingeniería ecológica, la preparación de las matemáticas para la enseñanza se presenta como un proceso bilateral que implica tanto la adaptación del conocimiento como la modificación de su entorno.

Referencia:

Scheiner, T., Godino, J.D., Montes, M., Pino-Fan, L., & Climent, N. (2022). On metaphors in thinking about preparing mathematics for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 111(2), 253-270. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10154-4>

Cálculo de probabilidades en tablas de contingencia por estudiantes chilenos de primer año medio

Jaime I. García-García

Departamento de Ciencias Exactas

El presente estudio tiene por objetivo evaluar el manejo de tablas de contingencia 2x2, respecto al cálculo de probabilidades, por 25 estudiantes chilenos de primer año medio (14-15 años), antes y después de una experiencia de aprendizaje. El estudio es de tipo cualitativo, descriptivo-exploratorio, donde se describen y comparan las respuestas de los participantes en seis ítems relacionados con el cálculo de probabilidades simples, conjuntas y condicionales. En general, los resultados indican una mejora en el cálculo de probabilidades por parte de los participan-

tes, mediante el uso de la regla de Laplace y la regla de tres como estrategias de solución; sin embargo, persisten algunos conflictos semióticos, por ejemplo, la confusión entre una probabilidad conjunta con una condicional, o viceversa, después de la experiencia de aprendizaje.

Referencia:

Calderón, D., García-García, J.I., Fernández, N., & Arredondo, E. H. (2022). Cálculo de probabilidades en tablas de contingencia por estudiantes chilenos de primer año medio. *REXE-Revista de Estudios y Experiencias en Educación*, 21(47), 50-74. <https://doi.org/10.21703/0718-5162202202102147003>

Análisis ontosemiótico de tareas que involucran gráficos estadísticos en libros de texto mexicanos de Educación Primaria

Jaime I. García-García

Departamento de Ciencias Exactas

La investigación tiene como objetivo analizar el significado pretendido de tareas que involucran gráficos estadísticos en libros de texto de matemáticas de la Educación Primaria en México. Para ello, se utilizan elementos teóricos y metodológicos del Enfoque Ontosemiótico (EOS), específicamente, dos niveles de análisis de la actividad matemática: 1) fenómeno-antropológico y 2) ontosemiótico, que permiten estudiar los objetos primarios implicados en las tareas. Los resultados indican que en los libros de texto se presentan cuatro tipos de situaciones problema: 1) traducción de tabla estadística a

gráfico estadístico; 2) leer datos en gráficos estadísticos; 3) leer dentro de los datos en gráficos estadísticos; y 4) leer más allá de los datos en gráficos estadísticos. Esta investigación aporta a la planeación y el diseño de tareas de los profesores en formación y en servicio de Educación Primaria para abordar los gráficos estadísticos.

Referencia:

Morales-García, L., Vidal-Henry, S. R., García-García, J. I., & Díaz-Levicoy, D. (2022). Análisis ontosemiótico de tareas que involucran gráficos estadísticos en libros de texto mexicanos de Educación Primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (22), 111-135. <https://doi.org/10.35763/aiem22.4410>

Niveles de razonamiento algebraico en libros de texto de educación básica de Chile

Ana Luisa Llanes

Estudiante de Doctorado en Educación Matemática

Luis R. Pino-Fan

Departamento de Ciencias Exactas

Silvia Ibarra Olmos

Universidad de Sonora

La investigación sobre la introducción de ideas algebraicas en los currículos de educación básica ha sido por más de dos décadas uno de los principales ejes de análisis para la comunidad educativa internacional. Esto surgió como una medida para subsanar las dificultades involucradas cuando los estudiantes debían pasar de una forma aritmética a una forma algebraica de razonamiento. Así, la inclusión de ideas fundamentales para el desarrollo de un razonamiento algebraico, desde etapas tempranas de la educación, es un tema que ha sido intensamente investigado a nivel internacional. Como resultado, diversos currículos de matemáticas han comenzado a incluir en sus propuestas una variedad de objetos y procesos matemáticos asociados a la introducción de este tipo de razonamiento en los

primeros grados educativos. El objetivo de este artículo es caracterizar el razonamiento algebraico, en términos de niveles de algebrización, pretendido en libros de texto de educación básica en Chile. Los resultados evidencian la existencia de problemas aritméticos que promueven niveles incipientes de algebrización; además, se identifican prácticas matemáticas de naturaleza algebraica, donde la finalidad radica principalmente en generar el término general de una secuencia, resolver ecuaciones de primer grado o transformar (reducir) expresiones algebraicas. Finalmente, se propone una categorización de problemas que permiten promover diversos niveles de algebrización en la educación básica.

Referencia:

Llanes, A., Pino-Fan, L., & Ibarra, S. (2022). Niveles de razonamiento algebraico en libros de texto de educación básica de Chile. *Educación Matemática*, 34(2), 182-216. <https://doi.org/10.24844/EM3402.07>

Metáforas conceptuales que organizan las habilidades espaciales de un artesano del sur de Chile

Elizabeth Hernández Arredondo

Jaime I. García-García

Departamento de Ciencias Exactas

Este artículo explora las metáforas conceptuales que organizan las habilidades espaciales de un artesano que talla madera, quien tiene una instrucción escolar limitada y ha aprendido su oficio a partir de la observación y la propia práctica. Se asume que la forma en que el artesano expresa conceptos matemáticos se apoya en el uso de metáforas conceptuales, es decir, asocia experiencias concretas y corpóreas a los conceptos abstractos. Para este estudio se hizo una exploración etnográfica en diferentes etapas: a) selección de la pieza de madera, y b) elección del objeto a modelar y visualización espacial del objeto.

Como resultado se identifican la organización espacial y la idea de densidad e invarianza, las cuales organizan la construcción de la pieza de madera; mientras que las metáforas conceptuales emergentes se caracterizan en extra-matemáticas, ontológico y orientacionales. Este tipo de estudios, así como elementos identificados y caracterizados, pueden apoyar en el diseño de actividades significativas y cercanas para el aprendizaje de matemáticas.

Referencia:

Arredondo, E. H., Barrera, D., Arcos, A., & García-García, J. I. (2022). Metáforas conceptuales que organizan las habilidades espaciales de un artesano del sur de Chile. *Feglining*, 22(1), 26-34.

Tendencias actuales en educación estadística. Aportaciones desde el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (2015-2021)

Elizabeth Hernández Arredondo

Jaime I. García-García

Departamento de Ciencias Exactas

En este trabajo se presentan los resultados de un análisis sistemático de las publicaciones del Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME), en el periodo 2015–2021, con el objetivo de caracterizar las investigaciones que se han realizado en torno a la Educación Estadística. Los resultados evidencian que, en los últimos años, el desarrollo de la investigación en Educación Estadística se ha centrado en aspectos generales de la disciplina (como alfabetización estadística y ciclo de investigación estadística) y en el diseño de tareas o actividades secuenciadas, bajo un método de investigación cualitativo, con preferencia por los métodos e instrumentos de recogida de información no interactivos, con interés en educación uni-

versitaria y media, y siendo los estudiantes como la fuente de información más considerada. Consideramos que estos resultados proporcionan una mirada de las tendencias actuales de la investigación en Educación Estadística y evidencian áreas emergentes de potencial interés.

Referencia:

García-García, J. I., Carmona, J., Fernández, N., & Arredondo, E. H. (2022). Tendencias actuales en educación estadística. Aportaciones desde el acta latinoamericana de matemática educativa (2015-2021). *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-22. <https://doi.org/10.29035/redes.1.1.8>

Tesis de Doctorado en Educación Matemática

Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable

Autora: **Daniela Araya Bastias**
 Director de tesis: **Luis Pino-Fan**

Este trabajo de tesis doctoral se centra en el objeto matemático límite de funciones en una variable, considerando que, éste se ha estudiado en los últimos años. Sin embargo, hay pocos trabajos que indaguen y propicien experiencias didácticas de cada uno de los significados parciales de dicho objeto matemático con el fin de propiciar la riqueza matemática y los procesos que relevan cada uno de éstos. La investigación propone el diseño de tareas de cada uno de los significados parciales del objeto límite de funciones en una variable y se expone los resultados obtenidos mediante la implementación de las tareas en un grupo de profesores en formación, en particular, se estudia los significados personales desarrollados por los participantes. La investigación tiene un enfoque cualitativo, desarrollada en 5 fases. Se utilizaron las nociones teórico-metodológicas de la configuración de objetos y/o procesos matemáticos y los componentes de la Idoneidad Didáctica que propone el Enfoque Ontosemiótico (EOS) así como también criterios de diseño de tareas que considera aspectos de contexto, lenguaje, estructura, entre otros. Los resultados proporcionan pautas y criterios que permiten el diseño de tareas para desarrollar y/o potenciar cada uno de los significados parciales del objeto límite de funciones en una variable.

Referencia:

Araya, D. (2022). Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable [Tesis de Doctorado, Universidad de Los Lagos, Chile]. <http://edumat.ulagos.cl/tesis/>

Tesis de Magister en Educación Matemática

Significados de la distribución binomial promovidos en el currículo de matemática de cuarto año de educación media en Chile

Autora: **Ismael Andrés Araya Naveas**
 Directora de tesis: **Prof. Jaime I. García-García**

Este trabajo de tesis de magíster tuvo como propósito del presente estudio consiste en valorar la representatividad de los significados de la distribución binomial promovidos por el currículo chileno de cuarto año medio, haciendo uso de algunas nociones teóricas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) y tomando como referente su significado holístico propuesto en una investigación previa. Para ello, se analizaron los documentos oficiales entregados por el Ministerio de Educación: Programa de Estudio y Material Didáctico (compuesto por el Texto del Estudiante, el Cuaderno de Actividades y la Guía Didáctica del Docente) de dicho grado escolar. En concreto, se identificaron los objetos matemáticos primarios de los tres significados parciales de la distribución binomial presentes en cada uno de los documentos, que posteriormente fueron comparados y contrastados con aquellos pertenecientes al significado de referencia, permitiendo así su valoración. En general, considerando los tres significados parciales, su valoración es alta.

Referencia:

Araya, I. (2022). Significados de la distribución binomial promovidos en el currículo de matemática de cuarto año de educación media en Chile [Tesis de Magíster, Universidad de Los Lagos, Chile]. <http://edumat.ulagos.cl/tesis/>

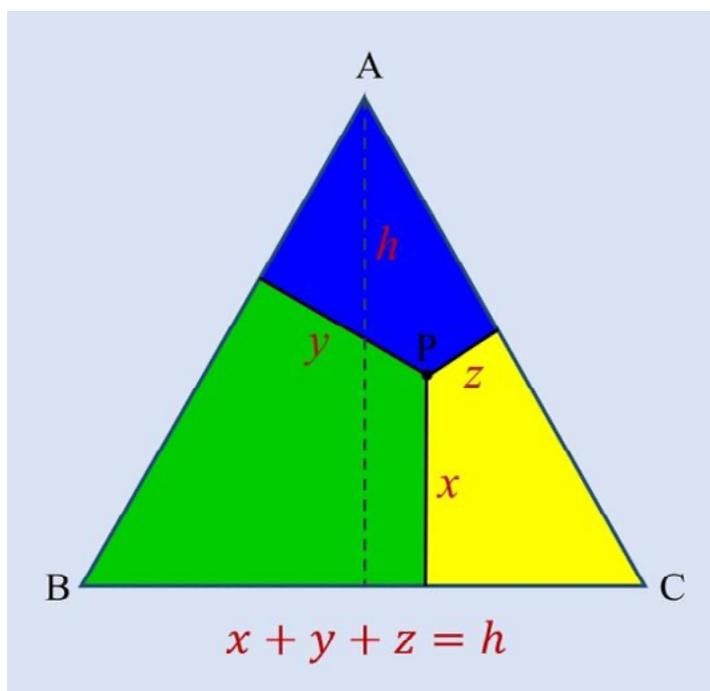
Desafío geométrico

Prof. Carlos Martínez Méndez

Académico del Departamento de Ciencias Exactas

Demuestre la siguiente afirmación geométrica:

“La suma de las distancias de un punto cualquiera en el interior de un triángulo equilátero (o en alguno de sus lados) a cada uno de sus lados es igual a la altura del mismo”.



SOLUCIÓN AL DESAFÍO

El perro, el trineo y la 3ra ley de Newton

Prof. Pablo Rodríguez Tapia

Académico del Departamento de Ciencias Exactas

Si el sistema perro-trineo estuviese flotando, efectivamente no habría movimiento, ya que la fuerza que el perro ejerce sobre el trineo se anula con la fuerza de reacción que el trineo ejerce sobre el perro. Pero el punto es que no están flotando, ambos están en el piso, por lo tanto, estás no son las únicas fuerzas que se están realizando. El perro al tratar de moverse ejerce una fuerza sobre el piso en dirección hacia atrás y de acuerdo con la 3ra ley, el piso

ejerce una fuerza de igual magnitud sobre el perro, pero hacia adelante (básicamente este es el principio que permite que avancemos cuando caminamos).

Lo mismo para el trineo, el piso ejerce una fuerza de fricción que se opone al movimiento del trineo. Así, si el perro quiere mover el trineo hacia adelante, solo debe ejercer una fuerza sobre el piso, mayor a la fuerza que el piso ejerce sobre el trineo.

En resumen, no hay paradoja, solo había que considerar las fuerzas de acción y reacción del piso y el suelo y el trineo y el suelo.



5 años

UNIVERSIDAD ACREDITADA
Septiembre de 2021 a Septiembre de 2026
Gestión Institucional y Docencia de Pregrado
Investigación e Innovación con el Medio
AVANZADA

www.ulagos.cl